

学術論文

スマート片持ち梁を利用した無重力空間における質量測定法の検討

Study on a mass measurement method under weightless conditions by using a smart cantilever beam

奥川 雅之 (岐阜高専) 田口 敏紀 (岐阜高専専攻科)
 堀 康郎 (岐阜大学)

Masayuki OKUGAWA Member
 Toshiki TAGUCHI
 Yasuro HORI Member

This paper describes a novel mass measurement method under weightless conditions by using a smart cantilever beam patched piezoelectric materials. This proposed method is featured that the cantilever beam mounted mass on the tip makes it possible to identify the natural frequency of it, consequently, the mass is measured independently of gravity. A concept of smart structures and a system identification are adopted for the purpose of achieving the simply component and the reduction time for measuring. The experiment was performed in order to indicate that the mass measurement can be achieved by employing the proposed system. The experimental results demonstrated that the proposed measuring method is capable of measuring the mass, however, the measurement error tends to increase as the measured mass becomes heavy.

Key Words: Mass measurement, weightless conditions, smart structures, flexible cantilever beam, sub-space state space identification.

1 はじめに

国際宇宙ステーションの開発など、宇宙環境を利用しようとする動きは世界的に活発化している。その中で、無重力空間における質量測定技術は、宇宙実験および研究開発、製品製造などを実施する上で、必要不可欠な基礎技術の一つであり、その確立が急がれている。

無重力空間における質量測定技術の現状は、地上で使用している各種の天秤やはかりなど質量測定器の測定精度と比較して、決して高精度と呼べるレベルに達してはおらず、未だ発展途上の段階にある。現在、提

案されている方式は、固有振動数を常に一定に制御し、変化するバネ定数を測定する固有振動数制御方式 [1]、非接触浮上支持された質量に対して、運動量保存則を適用し、推定する非接触浮上支持方式 [2] や同じく運動量保存則を利用したもので、動吸振器の吸振質量から推定する動吸振器方式 [3] などが挙げられる。無重力空間での質量測定装置に要求される仕様としては、宇宙空間への打ち上げコスト削減などのため、軽量かつシンプルなものが望ましいと考えられる。そこで、先端に被測定質量が付加されたスマート片持ち梁の固有振動数を同定し、被測定質量を推定する手法を提案する。本提案手法は固有振動数を利用した方法であるが、システム同定とスマート構造物の概念を導入した点が大きな特徴である。圧電素子の貼付によってスマート

連絡先: 奥川 雅之, 〒 501-0495 岐阜県本巣郡真正町上真桑 2236-2, 岐阜工業高等専門学校機械工学科,
e-mail: okugawa@gifu-nct.ac.jp

化された片持ち梁は、セルフセンシングアクチュエーションを有していることから、圧電素子以外に特別なセンサやアクチュエータを必要とせず、測定装置の軽量・小型化を実現することができる。また、固有振動数の同定には、部分空間同定法を導入し、実験時間の短縮を図る。本論文では、提案手法の測定原理を述べるとともに、検証実験によりその有効性を検討する。

2 測定原理

Fig. 1 に示すステンレス板に平行結線された圧電素子 (40×15×0.5[mm]) を貼付した柔軟片持ち梁を用いている。被測定質量は種々のボルトやナットなどを組み合わせ、梁の先端に付加されている。また、

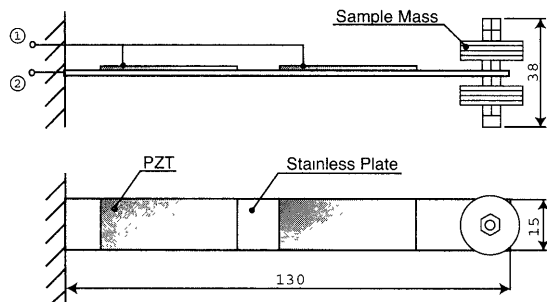


Fig. 1 Smart cantilever beam structure

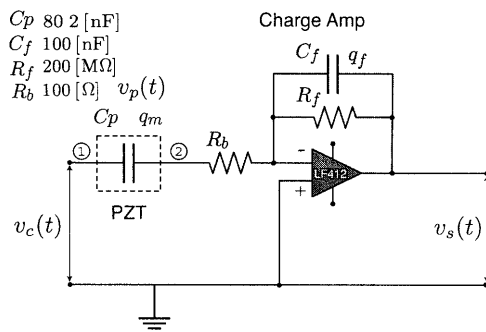


Fig. 2 Instrumentation circuit

Fig. 2 に示すように圧電素子に対してチャージアンプを直列接続し、圧電素子に生じた電荷量を計測する。このとき、観測出力電圧 v_s には、加振入力信号 v_c とセンサ出力信号 v_p が混在する。しかし、圧電素子および柔軟梁のダイナミクス構造に注目し、入出力関係をモデル化することにより、直達項成分を持つ状態空間モデル $\mathcal{P}(\mathbf{A}_s, \mathbf{b}_s, \mathbf{c}_s, \mathbf{d}_s)$ として記述されることが示

されており [4]、信号が混在していても部分空間同定法によって直達項を含む状態空間モデルを同定することができる。さらに、柔軟片持ち梁先端に付加した質量変化は、片持ち梁の固有振動数変化として \mathbf{A}_s の固有値に表れる [5]。

本研究で提案する測定原理は、付加質量に応じて系の固有振動数が変化することに注目し、予め用意された固有振動数と質量の関係式から未知質量を推定するものである。その固有振動数は、システム同定によって得られるシステム行列 \mathbf{A}_s の固有値から獲得される。

以上のように構造物自身により測定を行うことにより装置の機構を簡略化し、短時間での測定によって同定が可能なシステム同定理論を採用している。

3 スマート片持ち梁のダイナミクス

3.1 圧電方程式

Fig. 1 に示した片持ち梁の長手方向を x 軸、その垂直方向を y 軸とし、 x - y 平面における振動を考える。応力 T_1 、ひずみ S_1 の機械量と電界 E_3 、電気変位 (電束密度) D_3 の電気量との電気機械結合関係より、次の圧電方程式を得る。

$$S_1 = s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3 \quad (1)$$

$$D_3 = d_{31} T_1 + \epsilon_{33}^T E_3 \quad (2)$$

ここで、 s_{11}^E は電界の強さを一定にした場合の弾性コンプライアンス ($1/E$ E :ヤング率)、 ϵ_{33}^T は応力を一定にした場合の誘電率、 d_{31} は圧電ひずみ定数である。

3.2 はりの曲げ振動

厚さ t_p の圧電素子が長さ l の片持ち梁に対して、ほぼ全面に貼付されていると仮定し、オイラー・ベルヌーイ梁理論を適用し、印加電圧 $\bar{v}(t)$ によって生じる梁の曲げ振動に関する運動方程式を導出すると、次のような偏微分方程式が得られる。

$$EI \left(1 + \gamma \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = N \bar{v}(t) \{ \delta'(x) - \delta'(x-l) \} \quad (3)$$

ここで、 A は梁の断面積、 I は断面 2 次モーメント、 ρ は梁の密度、 $\delta(x)$ は Dirac のデルタ関数、 γ は減衰係数、 N はモーメント係数である。このとき、梁先端 ($x = l$) と根元位置 ($x = 0$) における境界条件は一

端固定, 他端自由と仮定する。そこで, 一般解を次式とし,

$$y(x, t) = X(x)f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x)f_i(t) \quad (4)$$

片持ち梁の正規モード関数 $X_i(x)$ の直交性を利用することにより, i 次の固有振動モードに関する一般化座標 $f_i(t)$ をパラメータとした次の運動方程式を得る。

$$\ddot{f}_i(t) + \gamma\omega_i^2 \dot{f}_i(t) + \omega_i^2 f_i(t) = \bar{W}_i v_c(t) \quad (5)$$

ここで, ω_i は i 次固有角振動数, $\bar{W}_i = \frac{\epsilon N}{\rho A} X_i'(l)$, $\bar{v} = \epsilon v_c (0 < \epsilon \leq 1)$ である。

3.3 センサ方程式

印加電界 E_3 によって梁に曲げ応力が生じるとき, 圧電素子内部に発生する電気分極 D_3 は, 式 (2) より,

$$D_3 = d_{31}\omega_p E \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} + \epsilon_{33}^T E_3 \quad (6)$$

となる。ただし, ω_p は梁の中立軸から圧電素子の中心軸までの距離である。圧電素子内に生じる総電荷 $q_p(t)$ は, 圧電素子の厚さを t_p とすると,

$$\begin{aligned} q_p(t) &= \int_{A_{surf}} D_3 dA_{surf} \\ &= bd_{31}\omega_p E \sum_{i=1}^{\infty} X_i'(l)f_i(t) + \frac{b\epsilon_{33}^T l}{t_p} \bar{v}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

となる。したがって, はりの曲げ振動による発生電圧は, $v_p(t) = q_p(t)/C_p$ で与えられる。

$$v_p(t) = \Phi_1 \sum_{i=1}^{\infty} X_i'(l)f_i(t) + \Phi_2 \bar{v}(t) \quad (8)$$

となる。ここで,

$$\Phi_1 = \frac{bd_{31}\omega_p E}{C_p}, \quad \Phi_2 = \frac{b\epsilon_{33}^T l}{C_p t_p}$$

である。一方, Fig. 2 に示した検出回路の関係は, $v_s(t)$ を観測出力電圧とすると,

$$v_s(t) = \frac{C_p}{C_f} \{v_p(t) + v_c(t)\} \quad (9)$$

ここで, $\bar{C}_1 = C_p \Phi_1 / C_f$, $\bar{C}_2 = C_p / C_f$ とおき, 式より $\Phi_2 \approx 0$ なので, 次のセンサ方程式を得る。

$$v_s(t) = \bar{C}_1 \sum_{i=1}^{\infty} X_i'(l)f_i(t) + \bar{C}_2 v_c(t). \quad (10)$$

このように測定される電圧は梁先端のたわみ角に比例した量となっている。

3.4 状態空間表現

状態変数として $\mathbf{x}_s(t)$ を次のようにおく。

$$\mathbf{x}_s(t) = [\mathbf{x}_1^T(t) \cdots \mathbf{x}_i^T(t) \cdots \mathbf{x}_\infty^T(t)]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{x}_i(t) = [f_i(t) \quad \dot{f}_i(t)] \quad (12)$$

このとき, 式 (5)(10) は次の i 次振動モードに関する状態空間の並列結合として表すことができる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{b}_i v_c(t) \quad (13)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{c}_i \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{d}_i v_c(t) \quad (14)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_i^2 & -\gamma\omega_i^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{W}_i \end{bmatrix}, \\ \mathbf{c}_i &= [\bar{C}_1 X_i'(l) \quad 0], \quad \mathbf{d}_i = \bar{C}_2. \end{aligned}$$

以上より, セルフセンシングアクチュエーションシステムは, 一般的に観測出力に制御入力成分が直接表れるため, 直達項を持つシステム構造として表現されることがわかる。したがって, システム同定によってシステム行列 \mathbf{A}_s が得られれば, 固有値解析によって, 固有振動数を知ることができる。

3.5 付加質量と固有振動数

先端 ($x = l$) に質量 M_x および回転慣性 $\rho_x I_x$ の物体が付加された片持ち梁を考える。このとき, 境界条件は次のようになる。

$$\begin{cases} X(0) = 0 \\ X'(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} EIX'''(l) + M_x \ddot{y} = 0 \\ EIX''(l) + \rho_x I_x \frac{\partial \ddot{y}}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

このとき, 振動数方程式は次式で与えられる。

$$\Theta(\chi) = \cos \chi \cosh \chi + 1 - \Gamma \quad (16)$$

ここで, Γ を次のようにおいた。ただし, $\chi = \xi l$ である。

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma_1 \chi (\sin \chi \cos \chi - \sinh \chi \cosh \chi) \\ &\quad + \Gamma_2 (\sin \chi \sinh \chi + \cos \chi \cosh \chi) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\Gamma_1 = \frac{2M_x \rho_x I_x}{\rho^2 A^2 l}, \quad \Gamma_2 = \frac{2\rho_x I_x}{\rho A}. \quad (18)$$

無次元数 $M_x/(\rho Al)$ および $I_x/(\rho Al^3)$ と振動数方程式 $\Theta(\chi) = 0$ の解 χ との関係を Fig. 3 に示す。数値計算結果から、付加質量および回転慣性の増加によって、 χ が減少し、固有振動数が低下することがわかる。質量の影響と比較すると、回転慣性の影響の方が、その減少傾向は顕著である。

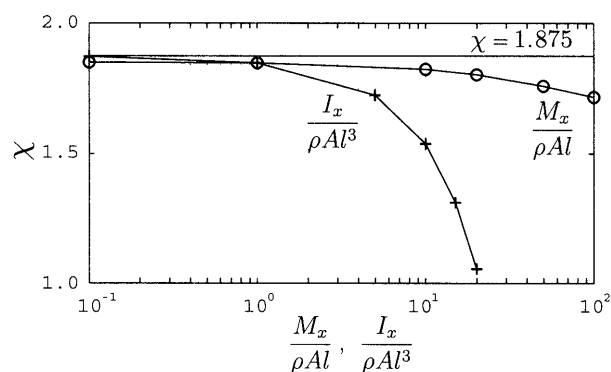


Fig. 3 Theoretical simulations of frequency eq.

4 固有振動数と付加質量との関係

片持ち梁の先端に付加された質量を m_n [kg] とした場合、固有角振動数 ω_n は、

$$\omega_n = \sqrt{\frac{3EI}{(m_n + \frac{33}{140}m_b)l^3}} = \sqrt{\frac{k_n}{m_n + m_o}} \quad (19)$$

となる。ここで、梁全体の質量 m_b 、等価バネ定数 $k_n = 3EI/l^3$ 、梁の自由端における等価質量 $m_o = 33m_b/140$ とする。1次振動モードが支配的な場合、式(19)の精度は保証される。また、校正用に質量 m_1 および m_2 に対して同定された固有角振動数を ω_1 および ω_2 とすると、次式を得る。

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_n}{m_1 + m_o}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k_n}{m_2 + m_o}} \quad (20)$$

両式を用いて、 k_n を消去すると、次の関係式を得る。

$$m_2 = m_1 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 + m_o \left\{ \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 - 1 \right\} \quad (21)$$

同様に、未知の質量 m_x で同定した固有振動数を ω_x とすると、次式を得る。

$$\omega_x = \sqrt{\frac{k_n}{m_x + m_o}} \quad (22)$$

$$m_x = m_1 \left(\frac{\omega_1}{\omega_x} \right)^2 + m_o \left\{ \left(\frac{\omega_1}{\omega_x} \right)^2 - 1 \right\} \quad (23)$$

式(21)および式(23)から、 m_o を消去すると固有振動数と付加質量の関係式は、

$$m_x = \frac{\left(\frac{\omega_1}{\omega_x} \right)^2 - 1}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 - 1} \left\{ m_2 - m_1 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 \right\} + m_1 \left(\frac{\omega_1}{\omega_x} \right)^2 \quad (24)$$

となる。ここで、 $m_1 = 0$ [g] の場合は、

$$m_x = m_2 \frac{\left(\frac{\omega_1}{\omega_x} \right)^2 - 1}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 - 1} \quad (25)$$

したがって、 ω_1, ω_2, m_2 を予め決めておき、システム同定によって ω_x を獲得できれば未知質量 m_x を推定できることがわかる。

5 固有振動数の同定

5.1 部分空間同定法

本研究では、システム同定手法として、部分空間同定法を適用する。部分空間同定法の特徴は、逆問題等に用いられている特異値分解およびQR分解などを用いて直接状態空間モデルを同定する点である。したがって、MIMOシステムへの拡張が容易である。また、同定実験データ空間に対して、特異値分解を利用するため、含まれている振動成分を的確に同定することができ、梁の振動モード同定に対して非常に相性がよい。そして、予測誤差法のようにモデルを仮定し、未知パラメータを最適化する同定手法と違い、信号部分空間を同定することから、システム構造を同定し易く、不安定系や閉ループ系の同定にも適している。

5.2 モード特性値の同定

部分空間同定法によって、直達項を含むセルフセンシングアクチュエーションシステムの状態空間モデルを同定実験データから直接獲得できることはすでに示されている[4]。ここでは、得られたシステム行列からモード特性値(固有角振動数 ω および減衰係数 γ)を導出することを考える。システム行列 \mathbf{A}_i の固有値を λ_i とすると、その値は特性方程式 $|s\mathbf{I} - \mathbf{A}_i| = 0$ の共役複素解である。したがって、 $\gamma_i \ll 0$ のとき、

$$\lambda_i^{\pm} = \frac{-\gamma_i \omega_i^2 \pm j \sqrt{(4\omega_i^2) - (\gamma_i \omega_i^2)^2}}{2}, \quad (26)$$

となる。部分空間法から得られた離散系状態空間モデルから連続系に変換し、そのシステム行列 \mathbf{A}_c の固有値 $\hat{\lambda}_i$ とする。

$$\hat{\lambda}_i^{\pm} = \alpha_i \pm j\beta_i \quad (27)$$

とおくと、同定モデルの次元が $2i$ である場合、式 (26) および式 (27) は等価になるため、次のようにシステムの固有各振動数 $\hat{\omega}_i$ と減衰係数 $\hat{\gamma}_i$ が同定される。

$$\hat{\omega}_i = \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}, \quad \hat{\gamma}_i = \frac{2\alpha_i}{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \quad (28)$$

本論文では、 $i = 1$ として、1次振動モードの固有角振動数を利用する。

6 検証実験

6.1 システム同定

スマート柔軟片持ち梁先端に質量 (40 [g] 以内の 8 種類) を付加し、システム同定実験を行った。1つの付加質量につき 15 秒間の同定実験を 5 回行った。Fig. 4 に実験装置の概略図を示す。ピエゾドライブアンプの増幅率は 2 倍とした。同定入力には PE 性を考慮して

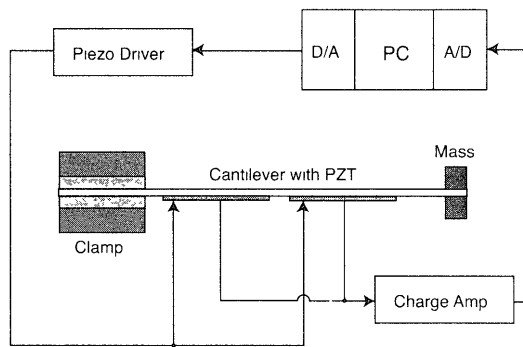


Fig. 4 Experimental setup

M 系列信号と呼ばれる疑似白色 2 値信号を使用した。M 系列信号のパラメータであるシフトレジスタ数、クロック周期および振幅は、それぞれ 6, 25, ± 2.5 [v], 同定実験のサンプリング周波数は 200 [Hz] とした。付加質量 0.000 [g] および 28.454 [g] 時の同定実験入出力データを Fig. 5(a) および (b) に示す。部分空間法の数値計算アルゴリズムは N4SID を使用し、その実行には MATLAB を用いた。同定モデルの次元は 8 とした。付加質量が 0.000 [g], 11.884 [g] および 28.454 [g] の場合に得られた同定モデルの周波数応答を Fig. 6 に示す。付加質量に対して、部分空間同定

法によって得られた同定モデルが十分な精度であることがわかる。同定実験により得られた応答波形 y , 同定されたモデルの応答波形を y_h , サンプル数 k , 実験回数を N , l 回目に同定された固有振動数を Ω_l , N 回の平均値を $\hat{\Omega}$ とし、固有振動数の同定誤差率 ϵ_{var} [%] および平均自乗近似度 ϵ_{fit} を算出した。

$$\epsilon_{var} = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \frac{|\Omega_l - \hat{\Omega}|}{\hat{\Omega}} \times 100 \quad (29)$$

$$\epsilon_{fit} = \frac{\|y_h - y\|}{\sqrt{k}} \quad (30)$$

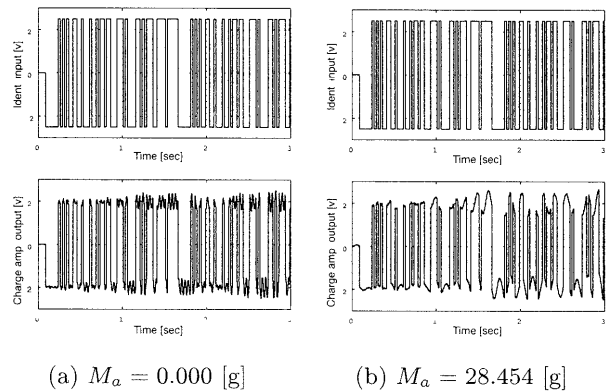


Fig. 5 Identification experimental data set

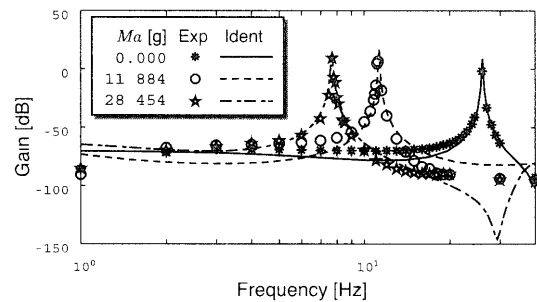


Fig. 6 Frequency responses of identified model and experimental results

6.2 質量測定

同定された状態空間モデルのシステム行列を固有値解析し、式 (28) から固有角振動数 ω_x を算出した。さらに、換算式 (25) を用いて、 ω_x から質量 m_x に換算した。その全結果を Fig. 7 に示す。Table 1 に、換算式を作成する際に用いた校正質量と固有振動数を示す。また、被測定質量に対して真値を M_a , 5 回の同定

実験により得られた推定値の平均を M_e とし、質量の推定誤差率 ϵ_{mass} [%] を算出した。

$$\epsilon_{mass} = \frac{|M_a - M_e|}{M_a} \times 100 \quad (31)$$

Table 2 に得られた結果をそれぞれ示す。実験結果から、同定精度は各付加質量について、ほぼ同程度であるのに対して、推定誤差率に関しては、付加質量の増加に伴って、誤差率が増加する傾向が見られる。

Table 1 The calibration mass and identified natural frequency

M_a [g]	$\hat{\Omega}$ [Hz]	ϵ_{var}	e_{fit}
0.000	26.058	0.037	0.065
2.211	19.489	0.030	0.101

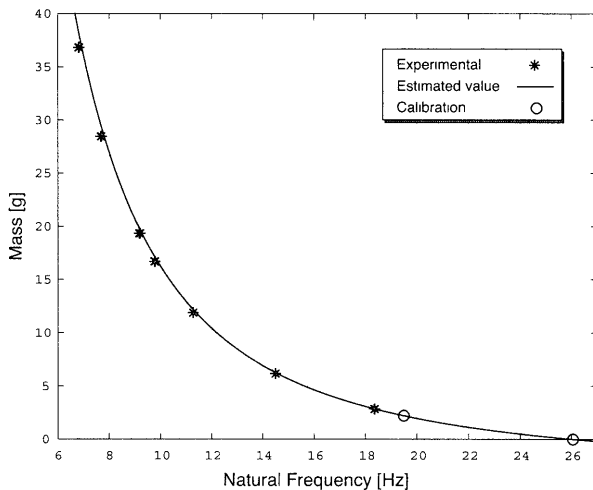


Fig. 7 Natural freq. ω_x vs. Mass m_x

Table 2 The rate of a identification and estimation error

M_a	$\hat{\Omega}$	ϵ_{var}	e_{fit}	M_e	ϵ_{mass}
2.841	18.356	0.046	0.172	2.849	0.290
6.172	14.495	0.035	0.141	6.264	1.488
11.884	22.283	0.019	0.157	12.163	2.347
16.691	9.779	0.091	0.168	17.121	2.575
19.343	9.183	0.119	0.059	19.791	2.217
28.454	7.689	0.098	0.310	29.458	3.530
36.829	6.821	0.103	0.234	38.161	3.617

また、実際の質量と推定質量の関係をグラフにした結果を Fig. 8 に示す。最小自乗法によって得られた近似式の傾きは、ほぼ 1 に近い値となっている。

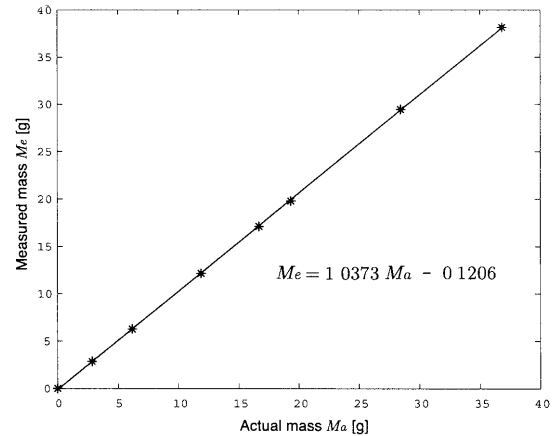


Fig. 8 Actual Mass M_a vs. Estimated Mass M_e

6.3 考察

現状の問題点としては、付加質量を大きくすると推定誤差率が大きくなる傾向があることである。その原因として、付加質量が大きくなることにより回転慣性も大きくなるが、現在使用している換算式 (25) は、回転慣性の影響を考慮していない点が挙げられる。

7 まとめ

本論文では、スマート構造物の応用として、スマート柔軟片持ち梁の先端に付加された被測定質量を、部分空間同定法の適用によって同定される固有振動数から軽量な未知質量に対してではあるが推定できることを確認した。しかし、数値計算からも質量の増加に伴い回転慣性の影響が顕著になることから、今後は、回転慣性の影響を考慮した付加質量の推定手法の検討、実験装置の改良などを予定している。

(2002年11月8日受付)

参考文献

- [1] 小野敏郎, 魚住晴長, 「無重量状態下での動的質量計測」, 第13回宇宙利用シンポジウムプロシーディング, pp. 167-170, 1996.
- [2] Y. Fujii, H. Fujimoto, R. Watanabe, and Y. Miki, "Balance for Measuring Mass under Microgravity Conditions," AIAA J., Vol. 39, No. 3, pp. 455-457, 2001.
- [3] 佐藤伸介, 水野毅, 「動吸振器を利用した質量測定装置の開発」, D&D2000 講演論文 CD-ROM, 437, 2000.
- [4] M. Okugawa and M. sasaki, "System Identification and Controller Design of a Self-Sensing Piezoelectric Cantilever Structure," J. Intell. Mater. Syst. and Struct., Vol. 13, No. 4, pp. 241-252, 2002.
- [5] 田口敏紀, 奥川雅之, 前田裕司, 宮田剛, 「特性変化に対する自己調整機能を有するスマートフレキシブルビーム」, ロボティクス・メカトロニクス講演会'02 講演論文 CD-ROM, 2PI-L06, 2002.